LÓGICA FORMAL.

Percy Acuña Vigil[1]

En este escrito se presenta información sintetizada sobre lógica formal y sobre los aportes a ella a partir del trabajo de Gottlob Frege.

Contenido

La lógica formal, como un análisis explícito de los métodos de razonamientos, se desarrolló originalmente en tres civilizaciones de la historia antigua: China, India y Grecia entre el Siglo V y el Siglo I a. C. Sin embargo Aristóteles fue el primero en emplear el término "Lógica" para referirse al estudio de los argumentos dentro del "lenguaje apofántico[2]" como manifestador de la verdad en la ciencia. Con Aristóteles nace la lógica formal. Aristóteles formalizó el cuadro de oposición de los juicios y las formas válidas del silogismo.[3] Kant en el siglo XVIII pensaba que

[1] Magister en arquitectura, Diplomado en Planeamiento urbano y regional en la Universidad de Edimburgo, UK. Maestría en epistemología en la UNMSM. Estudios de Doctorado en Filosofía en la UNMSM, Lima, Perú. Catedrático principal de la UNI-FAUA

[2] Aristóteles distingue dos tipos de *logos*: el *logos semántico*, que corresponde al lenguaje como tal y el *logos apofántico*, o *logos proposicional*. El *logos semántico* corresponde a los significados de los signos lingüísticos, es decir, a los conceptos. Se vincula con el conocimiento primario, intuitivo, anterior a la distinción entre existencia e inexistencia, entre verdad y falsedad. Al contrario, *el logos proposicional* o *apofántico* corresponde al conocimiento que afirma o niega algo acerca de algo, al conocimiento de la ciencia, la cual sí está limitada por la existencia y la verdad.

3 El silogismo es una forma de razonamiento deductivo que consta de dos proposiciones como premisas y otra como conclusión, siendo la última una inferencia necesariamente deductiva de las otras dos. Fue

Aristóteles había llevado la lógica formal a su perfección, por lo que básicamente hasta entonces no había habido prácticamente modificaciones de importancia. Y lo justificaba al considerar que siendo la lógica una ciencia formal, era por ello analítica y a priori, lo que justifica su necesidad y su universalidad, pues es la razón la que trata consigo misma respecto a sus leyes del pensar, sin contenido de experiencia alguno.

La **lógica** es una ciencia formal y que por tanto, no tiene contenido, sino que simplemente estudia las formas válidas de inferencia[4]. Es el estudio de métodos y principios utilizados para distinguir el razonamiento correcto del incorrecto. La lógica formal, se dedica al estudio de los razonamientos correctos. Pfander[5] considera que la lógica es la ciencia sistemática de los pensamientos. Kant la considera como una ciencia formal, es decir, aquella ciencia que estudia las formas del pensamiento prescindiendo de todo contenido. La tarea de la lógica consiste según esta doctrina, en fijar dichas formas en cualquier clase de pensamiento, ya se trate de pensamientos simples, ya se trate de otros más complejos y desarrollados. En este sentido es una ciencia teórica, especulativa, porque obtiene sus resultados pro procesos de abstracción y de análisis[6].

La lógica tradicional, es una rama de la filosofía que estudia los principios de la demostración e inferencia válida. La lógica tradicional, se basa en el silogismo como razonamiento basado en el juicio categórico aristotélico. Hoy día la lógica utiliza como unidad básica la proposición y las reglas de inferencia en la argumentación discursiva.[7]

El tradicional desarrollo de la lógica enfatizaba su centro de interés en la forma de argumentar, mientras que la actual lógica matemática lo centra en un estudio combinatorio de los contenidos. Esto se aplica tanto a un nivel *sintáctico*, como a un nivel *semántico*, construyendo modelos apropiados.

Lógica Matemática fue el nombre dado por Giuseppe Peano para esta disciplina. En esencia, es la lógica de Aristóteles, pero desde el punto de vista de una nueva notación, más abstracta, tomada del álgebra. Previamente se hicieron algunos intentos de tratar las operaciones lógicas formales de una manera simbólica por parte de algunos filósofos matemáticos como Leibniz y Lambert, pero su labor permaneció desconocida y aislada.

Fueron George Boole y Augustus De Morgan, a mediados del siglo XIX, quienes primero presentaron un sistema matemático para modelar operaciones lógicas. La lógica tradicional aristotélica fue reformada y completada, obteniendo un instrumento apropiado para investigar sobre los fundamentos de la matemática.

---

formulado por primera vez por Aristóteles, en su obra lógica recopilada como *El Organon*, de sus libros conocidos como Primeros Analíticos (en griego, Proto Analytika, en latín –idioma en el que se reconoció la obra en Europa Occidental-, Analytica Priora).

[4] DEAÑO, Alfredo (1974). *Introducción a la lógica formal*. Alianza Editorial, Madrid. http://www.google.com/gwt/n?_gwt_pg=0&u=http%3A%2F%2Fwww.liceodigital.com%2Ffilosofia%2Flogica.htm

[5] PFÄNDER A. (1940). *LÓGICA*. Espasa-Calpe

[6] COPI, Irving. (1967). *Introducción a La Lógica*. Buenos Aires, Argentina, Editorial Universitaria. http://www.monografias.com/trabajos15/logica-metodologia/logica-metodologia.shtml

[7] http://plato.stanford.edu/entries/aristotle-logic/

La lógica matemática es un subcampo de la lógica y las matemáticas. Consiste en el estudio matemático de la lógica y en la aplicación de este estudio a otras áreas de las matemáticas. La lógica matemática guarda estrechas conexiones con las ciencias de la computación y la lógica filosófica.

La **lógica matemática** estudia los sistemas formales en relación con el modo en el que codifican conceptos intuitivos de objetos matemáticos como conjuntos, números, demostraciones y computación. La lógica matemática suele dividirse en cuatro subcampos: teoría de modelos, teoría de la demostración, teoría de conjuntos y teoría de la recursión. La investigación en lógica matemática ha jugado un papel fundamental en el estudio de los fundamentos de las matemáticas.

La lógica matemática fue también llamada **lógica simbólica**. El primer término todavía se utiliza como sinónimo suyo, pero el segundo se refiere ahora a ciertos aspectos de la teoría de la demostración. La lógica matemática no es la "lógica de las matemáticas" sino la "matemática de la lógica". Incluye aquellas partes de la lógica que pueden ser modeladas y estudiadas matemáticamente.

En la actualidad se considera que la Lógica es una actividad de construcción de lenguajes. Los estudios de lógica son estudios de lenguaje. Ejemplos de lenguajes formalizados son: la Lógica proposicional, el Álgebra de Boole, el Álgebra de conjuntos.

1. APORTES MODERNOS

1.1. Friedrich Ludwig Gottlob Frege[8] (8 de noviembre de 1848 - 26 de julio de 1925) fue un matemático, lógico y filósofo alemán fundador de la moderna lógica matemática y la filosofía analítica. Frege es considerado el mayor lógico desde Aristóteles.

1.2. Gottlob Frege: Teoría de conjuntos, Aritmética

En 1879 publicó su revolucionaria obra **Conceptografía** (Begriffsschrift), en la que sentó las bases de la lógica matemática moderna iniciando una nueva era en esta disciplina que había permanecido prácticamente inalterada desde Aristóteles: mediante la introducción de una nueva sintaxis, con la inclusión de los llamados cuantificadores («para todo» o «para algún caso de»). Fue el primero en distinguir la caracterización formal de las leyes lógicas de su contenido semántico. Una vez fijados los principios axiomáticos de la lógica, acometió la tarea de edificar la aritmética sobre la base de aquélla. Un problema en las revolucionarias obras de Frege es la cantidad de espacio impreso que requiere su notación; no fue realmente hasta la publicación de los Principia de Whitehead y Russell que el poder de la lógica formal, en una notación menos extensa (pero que requiere muchos signos de agrupación) fue apreciable.

1.3. GOTTLOB FREGE. Logicismo

Frege fue un defensor del logicismo, la tesis de que las matemáticas son reducibles a la lógica, en el sentido de que las verdades de la matemática son deducibles de las verdades de la lógica. Sin

[8] http://www.geocities.com/athens/parthenon/3749/essay1.html

embargo su defensa del logicismo era de alcance limitado, aplicándola sólo a la aritmética, puesto que Frege permaneció kantiano respecto a la geometría.

Su *Grundgesetze der Arithmetik* Ley básica de la aritmética fue un intento de derivar las leyes de la aritmética a partir de la lógica. En 1902, con las pruebas corregidas del segundo volumen ya en la imprenta, recibió una carta de Bertrand Russell en la que le advertía acerca de una grave inconsistencia en su sistema lógico, conocida más adelante como la paradoja de Russell. Frege introdujo a toda prisa una modificación en uno de sus axiomas, de la que dejó constancia en un apéndice de la obra. Este golpe a la estructura de su obra prácticamente puso fin a su actividad académica.

Ante la casi total indiferencia de sus contemporáneos, tras la muerte de su esposa se recluyó en su casa y permaneció mayormente en el anonimato hasta que Bertrand Russell lo dio a conocer, ya que llegado a los mismos resultados que Frege de manera independiente estaba en la capacidad de entenderle y fue el primer pensador de importancia en apreciar el gran valor de su obra. Pese a que el descubrimiento de la paradoja de Russell arruinó los sueños logicistas de Frege éste continuó trabajando y llegó a publicar una serie de importantes artículos, entre los cuales destaca "Pensamiento: Una Investigación Lógica", en donde básicamente se examina el contenido de las proposiciones, aquella parte objetiva que es transmisible a todo hablante en un enunciado declarativo.

En los años sesenta el filósofo de Oxford Michael Dummett publicó una serie de importantes libros sobre la filosofía de Frege que revivieron el interés por su obra y lo reincorporaron al debate filosófico.

La tesis logicista afirma que los conceptos matemáticos se pueden definir a partir de los conceptos lógicos, y por ello la matemática puede ser considerada una parte de la lógica. La tesis logicista no surgió en el siglo XIX, ya Leibniz en 1666 había expresado opiniones de tipo logicista, y de hecho es posible encontrar antecedentes de esta corriente desde Aristóteles. Sin embargo es G. Frege, con sus trabajos titulados Begriffschrift (1879) y *Die Grundlagen der Arithmetik* (1884), el primero que comienza a explicar la matemática a partir de la lógica. La obra de Frege no recibió inicialmente mucha atención, hasta que B. Russell, a principios de nuestro siglo, puso de relieve el verdadero significado de dichas obras. B. Russell y A. N. Whitehead, inspirados en la obra de Frege, publicaron los Principia Mathematica que se considera la obra fundamental de la escuela logicista.

B. Russell trata de evitar las paradojas surgidas de la teoría de los conjuntos de Cantor, para ello asocia a los conjuntos un tipo, iniciando así una teoría de los tipos. La teoría de los tipos de los Principia Mathematica resultó demasiado compleja, y aunque se hicieron diversos trabajos para simplificarla, muchos matemáticos se inclinaron a favor de otras posibilidades de fundamentación, en particular favorecieron la fundamentación de la matemática a partir de las teorías axiomáticas de los conjuntos de Zermelo y Fraenkel o la de Gödel y Bernays. No obstante, en épocas recientes se han desarrollado teorías de los tipos muy elegantes, que han atraído la atención, no únicamente de los especialistas de la lógica matemática, sino también de los categoristas y de los teóricos de la computación.

Conviene señalar que existen formas de fundamentar en las que los conceptos básicos no son el conjunto, y el de membresía; en ocasiones se ha tomado como concepto primitivo al de función, junto con el de algunas de las operaciones que se efectúan con las funciones, ése es el caso del cálculo lambda introducido por A. Church, y de hecho la filosofía de la teoría de las categorías iniciadas por Eilenberg y S. Mac Lane (1945) apunta también en esa dirección. En las últimas décadas se ha aclarado que el estudio de ciertas categorías es equivalente al del estudio de teorías lógicas que se habían introducido con propósitos de fundamentación, ése es el caso de las categorías bicartesianamente cerradas cuyo estudio es equivalente al del cálculo lambda con tipos, o el de los *topoi* que se encuentran estrechamente relacionados con las teorías intuicionistas de los tipos.

1.3.5. Influencias en otros Filósofos.

El trabajo de Frege influyó en los *Principia Mathematica* de Russell y Whitehead. Así como en Giuseppe Peano, Ludwig Wittgenstein y Edmund Husserl que fueron otros filósofos profundamente influidos por Frege. Frege fue también un importante filósofo del lenguaje. La distinción entre sentido y referencia y entre concepto y objeto se deben a él. Más tarde Kurt Gödel en su **Teorema de incompletitud** demostró que el programa logicista de Frege-Russell era incompleto. Esto es, que todo sistema formal contendrá al menos un enunciado verdadero indemostrable desde el sistema, el así llamado "enunciado de Gödel." Gilles Deleuze articula su ***Lógica del Sentido*** con base en la proliferación infinita de entidades verbales o Paradoja de Frege, la cual "dada una proposición que designa un estado de cosas, siempre puede tomarse su sentido como lo designado de otra proposición."

1.3.6.La lucha contra el psicologismo

La teoría del significado del lenguaje de Gottlob Frege la podemos definir desde la concepción reinante, de carácter psicologista. Según el psicologismo clásico relativo al significado del lenguaje las palabras refieren a ideas, contenidos mentales de los hablantes. Frege se enfrenta en ***Sobre sentido y Referencia*** así a la tradición. Inaugura de este modo la filosofía del lenguaje.

1.3.7. Ideas Previas

La tesis según la cual las palabras son signos de ideas es expuesta por J. Locke en su ***Ensayo sobre el entendimiento humano***. Locke, partiendo de la finalidad comunicativa del lenguaje, define las palabras como “signos de concepciones internas”.

Estas “concepciones internas”, ideas, son entidades que están contenidas en nuestra mente; el hombre mediante palabras comunica tales ideas. Las ideas vienen de nuestra experiencia sensible. Para Locke no existe una relación directa entre el lenguaje y el mundo, sino que el lenguaje es una herramienta con la que comunicamos nuestras ideas. Por su parte, Frege comienza, en Sobre sentido y referencia, preguntándose por los enunciados de identidad, de los cuales distingue dos tipos: a = a a = b y razona de este modo: Los enunciados del tipo (1) son analíticos en sentido empírico, y, por tanto no añaden ningún tipo de conocimiento, pero no ocurre igual con los enunciados del tipo (2).

La relación de identidad que aparece en estos enunciados no puede ser entre signos de objetos ni entre objetos. Si la identidad es entre objetos la información que nos proporciona (1) no es diferente de la que nos proporciona (2). Si la relación se da entre nombres de objetos, entonces no estamos diciendo nada extralingüístico. Así pues Frege soluciona esta cuestión distinguiendo en las expresiones la referencia y el sentido. La referencia es el objeto mismo que designamos con un signo, el sentido expresa el modo de darse el objeto. Es decir, con (2) expresamos dos modos diferentes de referirnos a un mismo objeto.

1.3.8. Sistema de Frege

Un sistema deductivo T, es un sistema de Frege si cumple las siguientes condiciones: Los axiomas de T son tautologías Para cada regla de inferencia de T se verifica {A1...An} satisface a A Un sistema de Frege (T) es completo si toda tautología es un teorema de T.

2. OTROS APORTES

2.1. DAVID HILBERT

Hilbert con sus estudiantes proporcionaron partes significativas de la infraestructura matemática necesaria para la mecánica cuántica y la relatividad general. Fue uno de los fundadores de la teoría de la demostración, la lógica matemática y la distinción entre matemática y metamatemática. Adoptó y defendió vivamente la teoría de conjuntos y los números transfinítos de Cantor. Un ejemplo famoso de su liderazgo mundial en la matemática es su presentación en 1900 de un conjunto de problemas que establecieron el curso de gran parte de la investigación matemática del siglo XX[9].

2.2. GIUSEPPE PEANO

Matemático y filósofo italiano, conocido por sus contribuciones a la Teoría de conjuntos[10].

2.3. GEORGE CANTOR.

Matemático alemán[11], inventor con Dedekind de la teoría de conjuntos, que es la base de las matemáticas modernas. Gracias a sus atrevidas investigaciones sobre los conjuntos infinitos fue el primero capaz de *formalizar* la noción de infinito bajo la forma de los números transfinitos (cardinales y ordinales).

2.4. ALFRED TARSKY

Fue el autor de *Introducción a la lógica y a la metodología de las ciencias deductivas*[12] en el año 1941 y *La concepción semántica de la verdad y los fundamentos de la semántica* en 1944.

---

[9] Wikimedia Commons alberga contenido multimedia sobre David Hilbert.Commons
Wikiquote alberga frases célebres de David Hilbert.
Biografía en el MacTutor archive (en inglés)
David Hilbert en el Mathematics Genealogy Project
Los 23 problemas de Hilbert , El programa de Hilbert , Obras de David Hilbert en el Proyecto Gutenberg , Charla de Hilbert en la radio grabada en Königsberg en 1930 (en alemán), con traducción al inglés.

10 Axiomas de Peano , Curva de Peano
Enlaces externos
Wikimedia Commons alberga contenido multimedia sobre Giuseppe Peano.Commons
Biografía en el MacTutor archive (en inglés) , Biografía de Peano en Astroseti

11 Números infinitos , Conjunto de Cantor , Método diagonal , Hotel Infinito , Constructivismo

[12] Alfred Tarski, (1936) *Introducción a la lógica y a las ciencias deductivas*, Espasa-Calpe, 1985.
Willard v. O. Quine, (1971) Filosofía de la lógica, Alianza, 1998. Desarrolla una definición de verdad lógica basada en Tarski.

Tarski formuló una teoría de los números reales que es decidible[13]. El interés de este resultado estriba en que la teoría de la adición y la multiplicación para números naturales, según demostraron Church y Gödel, no es decidible; por tanto, en la teoría completa de los números reales no puede establecerse si un número real es natural —esto sería contradictorio con los resultados de Gödel y Church—. Tarski formuló además una versión concisa de la geometría euclídea del plano que es decidible si lo es su teoría de los números reales. En su obra de 1953 Teorías indecidibles, escrita con Mostowski y Robinson, mostró que muchas teorías matemáticas, como la teoría de retículos, la geometría proyectiva abstracta y la teoría de grupos no conmutativos, no son decidibles.

2.5. NOAM CHOMSKY.

Profesor emérito de Lingüística en el MIT y una de las figuras más destacadas de la lingüística del siglo XX, es sumamente reconocido en la comunidad científica y académica por sus importantes trabajos en teoría lingüística y ciencia cognoscitiva. Propuso la gramática generativa, disciplina que situó la sintaxis en el centro de la investigación lingüística y con la que cambió por completo la perspectiva, los programas y métodos de investigación en el estudio del lenguaje, actividad que elevó definitivamente a la categoría de ciencia moderna. También se le considera creador de la jerarquía de Chomsky, una clasificación de lenguajes formales de gran importancia en teoría de la computación.

Chomsky revolucionó el campo de la lingüística teórica con la publicación de la obra Estructuras sintácticas, basada en su tesis doctoral —Estructura lógica de la teoría lingüística—, que no sería publicada hasta 1975. El efecto que produjo sobre las teorías lingüísticas y psicológicas entonces en boga fue demoledor, ya que atacaba los presupuestos centrales tanto del estructuralismo como de la psicología conductista. Hasta entonces, se creía que la adquisición del lenguaje, como cualquier otra destreza humana, se producía por medio del aprendizaje y de la asociación. Sin embargo, Chomsky postulaba la existencia de un dispositivo cerebral innato (el "órgano del lenguaje"), que permite aprender y utilizar el lenguaje de forma casi instintiva. Comprobó además que los principios generales abstractos de la gramática son universales en la especie humana y postuló la existencia de una Gramática Universal.

Chomsky denominó gramática generativa al conjunto de reglas innatas que permite traducir combinaciones de ideas a combinaciones de palabras. Fundamentó, pues ya había intuiciones anteriores en este sentido— que la gramática es un sistema combinatorio discreto que permite construir infinitas frases a partir de un número finito de elementos mediante reglas diversas que pueden formalizarse. La nueva teoría consideraba que las expresiones (secuencias de palabras) tienen una sintaxis que puede ser caracterizada (globalmente) por una gramática formal; en particular, una gramática extendida por normas de transformación. Se les supone a los niños un conocimiento innato de la gramática elemental común a todas las lenguas humanas (lo que supone que toda lengua existente es una clase de restricción). Se sostiene que la modelización del conocimiento de la lengua a través de una gramática formal explica la "productividad" de la lengua: con un juego reducido de reglas gramaticales y un conjunto finito de términos, se puede producir un número infinito de frases, incluidas frases que nadie haya dicho anteriormente.

---

[13] En lógica, el término decidible se refiere a la existencia de un método efectivo para determinar si un objeto es miembro de un conjunto de fórmulas.
Un sistema lógico o teoría es decidible sintácticamente si el conjunto de todas las fórmulas válidas en el sistema es decidible. Es decir, existe un algoritmo tal que para cada fórmula del sistema es capaz de decidir en un número finito de pasos si la fórmula es válida o no en el sistema.
Por otra parte, una teoría decidible semánticamente, es un sistema axiomático donde existe un método para evidenciar que toda proposición verdadera en un modelo es decidible o no en el sistema en concreto.

2.6. NICOLÁS BOURBAKI.

Es el nombre colectivo de un grupo de matemáticos franceses que en los años 30 del siglo XX se propusieron revisar los fundamentos de las matemáticas con una exigencia de rigor mucho mayor que la que entonces era corriente en esta ciencia.

En 1935, inició la publicación de sus monumentales *Elementos de matemáticas* de acuerdo con el nuevo canon de rigor y el método axiomático, pretendiendo cubrir las bases de todas las matemáticas. Hasta el presente (2006) ha redactado los volúmenes de *Teoría de conjuntos*, *Álgebra* , *Topología general*, *Funciones de una variable real*, *Espacios vectoriales topológicos*, *Integración*, *Álgebra conmutativa*, *Variedades diferenciables y analíticas*, *Grupos y álgebras de Lie* y *Teorías espectrales*. Estos volúmenes contienen notas históricas que han sido publicadas aparte, formando unos apreciados, aunque muy incompletos aún (2006) volúmenes cuyo *corpus* recibe el nombre de *Elementos de Historia de las Matemáticas*.

El enfoque defendido por el rigor de Bourbaki han penetrado las actuales prácticas de matemática en la medida que la tarea realizada se concluyó. [7]. En la unidad del trabajo de Bourbaki se percibe la necesidad de las matemáticas francésas para absorber las mejores ideas de la escuela de Gotinga, en particular de Hilbert, y de los algebraicos alemanes como Artin y van der Waerden. Es bastante claro que el punto de vista Bourbaki, enciclopédico, nunca pretendió ser neutral. Todo lo contrario: era más una cuestión de tratar de conseguir un conjunto coherente en base al legado de Hilbert, con énfasis en el formalismo y la axiomática.

2.7. BERTRAND RUSSELL:

En matemáticas su gran contribución es la indudablemente importante *Principia Mathematica* con Alfred North Whitehead, libro en tres volúmenes en donde a partir de ciertas nociones básicas de la lógica y la teoría de conjuntos se pretendía deducir la totalidad de las matemáticas. Kurt Gödel echó abajo la pretendida demostración, mostrando así el poder de los lenguajes formales, la posibilidad de modelar las matemáticas y la fertilidad de la lógica. Un libro profundamente influyente e importante que contribuyó al desarrollo de la lógica, la teoría de conjuntos, la inteligencia artificial y la computación así como la formación de pensadores de la talla de David Hilbert, Ludwig Wittgenstein, Alan Turing, Willard Van Orman Quine y Kurt Gödel.

Principia mathematica es un conjunto de tres libros con las bases de la matemática escritos por Bertrand Russell y Alfred North Whitehead y publicados entre 1910 y 1913. Este trabajo constituye un intento de derivar la mayor parte de los conocimientos matemáticos de la época a partir de un conjunto de principios o axiomas. La principal motivación para esta obra provenía del trabajo anterior de Gottlob Frege en lógica que contenía algunas contradicciones descubiertas por Russell. Éstas eran evitadas en los Principia construyendo un sistema elaborado de "tipos" (ver paradoja de Russell).

Los Principia contenían teoría de conjuntos, números cardinales, números ordinales y números reales. Aunque otros teoremas más profundos del análisis de números reales no estaban incluidos parecía que efectivamente todas las matemáticas podían ser derivadas adoptando el mismo formalismo.

Quedaba todavía saber si se podían encontrar contradicciones derivadas de los axiomas en los que se basaban los Principia y si, por lo tanto, existían afirmaciones matemáticas que no podían ser probadas o demostradas falsas en este sistema. Esta cuestión fue resuelta por el teorema de incompletitud de Gödel en 1931. Gödel mostró que incluso la aritmética básica no podía demostrar su propia consistencia, así que no podía demostrarse la consistencia de ningún sistema matemático más complejo.

2.7.1. Teoría de los tipos.

Desarrollada por Bertrand Russell para resolver la paradoja provocada por la clase de aquellas clases que no son elementos de sí mismas.

2.7.2. Teoría de las descripciones.

Una de las principales contribuciones de Bertrand Russell a la filosofía del lenguaje es su teoría de las descripciones. Se la ilustra habitualmente con la frase "el actual rey de Francia" como se utilizaría, por ejemplo en "El actual rey de Francia es calvo." ¿De qué se trata esta oración, teniendo en cuenta que no hay, hoy en día, un rey en Francia? A esto se lo conoce como la Paradoja del Rey de Francia: ¿es esta expresión verdadera?, ¿es falsa?, ¿carece de sentido?

2.8. HENRI POINCARÉ

Siempre estuvo profundamente interesado en las implicaciones filosóficas de la ciencia y de la Matemática. Fue un filósofo que consideró como su campo toda la Matemática, tanto pura como aplicada. Para Poincaré la definición de infinitud es un Axioma. Descubrió el grupo fundamental de un espacio topológico. y desarrolló, junto a Albert Einstein y H. Lorentz, la Teoría de la Relatividad restringida (también conocida como Relatividad especial). Sus contribuciones a la teoría de la relatividad son importantes. Fue premiado por sus trabajos sobre el problema de los tres cuerpos; también escribió numerosas obras de epistemología, propedéutica, topología, metodología y divulgación científica. En particular, en 1.904 planteó la conjetura que lleva su nombre y que no se resolvió hasta el siglo XXI. Este problema ha sido un motor para la investigación en topología de todo el siglo pasado.

2.9. ALFRED TARSKI:

El término "verdad" se usa en dos sentidos: para referirse a una *proposición* o para referirse a una *realidad*. En el primer caso, se dice que una proposición es "verdadera" para distinguirla de otras "falsas". En el segundo, se dice que una realidad es "verdadera" en contraposición a otras que pueden calificarse de "ilusorias", "irreales", "inexistentes", etc. En el presente trabajo se centra la atención en el primer sentido de la palabra "verdad".

Ya los griegos se ocuparon de explicitar la noción de verdad como propiedad de ciertos enunciados (verdaderos). Si bien es cierto que antes de Aristóteles se había concebido la verdad en este sentido, es él quien la explicita cuando sostiene que *"decir que lo que es no es o que lo que no es es, es erróneo; pero decir que lo que es es y que lo que no es no es, es verdadero"* [1]. A partir de esta afirmación construye lo que se llamará luego la "concepción semántica de la verdad", es decir, la idea de que un enunciado es verdadero si hay correspondencia entre lo que se dice y aquello sobre lo que se habla.

Luego de esta somera presentación filosófica, la problemática de la verdad se abordará aquí desde la Semántica. De un modo general, podemos afirmar que la Semántica es *el estudio de la relación de las palabras con los objetos designados por ellas*, es decir, es la disciplina que se ocupa de averiguar de qué modo y según qué leyes las *palabras* se aplican a los *objetos*. Dentro del amplio dominio de la Semántica, el tema tratado en este artículo corresponde a la *Semántica Veritativa*, que estudia *las condiciones que debe cumplir una oración para ser verdadera*. El objetivo es presentar brevemente algunas ideas de Donald Davidson [2].

2.9.1. El concepto semántico de verdad según Tarski

Antes de abordar el trabajo de Davidson, resulta pertinente —siguiendo a Alfred Tarski— revisar el concepto semántico de verdad [3], según el cual las expresiones «Es verdadero» y «Es falso» son expresiones metalingüísticas. Por eso, una definición correcta de "verdad" sólo puede ser dada en un metalenguaje. Y para hacerlo —según Tarski— es necesario construir una definición objetivamente justificada, concluyente y formalmente correcta de la expresión "enunciado verdadero". En una primera aproximación, Tarski intenta dar tal definición en el lenguaje natural, pero encuentra que todos los métodos fallan porque el lenguaje coloquial (que incluye enunciados y otras expresiones, así como los nombres de los enunciados y de las otras expresiones) es la fuente de las antinomias semánticas. Es cuestionable, entonces, un uso consistente de la expresión "enunciado verdadero" que concuerde al mismo tiempo con las leyes y la rigurosidad de la lógica y con el lenguaje natural, es decir, que sea teóricamente válido para ambos. Por eso Tarski recurre a lenguajes formalizados, en donde el sentido de cada expresión se halla determinado sin la menor ambigüedad por su forma, y construye una definición formalmente correcta en tales lenguajes. En este marco, la noción de verdad para los lenguajes formales debe cumplir con los requisitos de *adecuación material* y *corrección formal*. Considérese el siguiente ejemplo:

La nieve es blanca	**es verdadero** *si y sólo si*	la nieve es blanca.
(a)		(b)

en donde (a), en la oración, es el lenguaje objeto para el cual se define la verdad y (b), que pertenece al metalenguaje, representa la oración en el lenguaje en el que se define la verdad.. El concepto semántico de verdad está basado en el bicondicional "si y sólo si".
Esta concepción semántica de la verdad presentada por Tarski ("esquemas de la forma T —*true*—" o "teoremas de la forma T") ha sido objeto de variadas críticas. Se puede argumentar que tal concepción semántica de verdad puede resultar útil para la construcción de lenguajes artificiales, pero que ofrece graves dificultades al aplicarla a los lenguajes naturales. En efecto, Tarski parece ofrecer un conjunto recursivo finito de teoremas para dar con una definición de verdad que no resultaría aplicable a los lenguajes naturales, pues si en sí mismos existen los predicados «Es verdadero» y «Es falso», se da el caso de la llamada "paradoja pragmática del mentiroso":

«Esta oración es falsa.»
Si es falsa, entonces es verdadera, y viceversa. Problema que Tarski no aborda por considerar que los lenguajes naturales son lenguajes no especificados.

2.10. TOMAS MORO SIMPSON

David Sobrevilla encuentra en la filosofía actual en América Latina cinco corrientes principales. Las primeras son el movimiento fenomenológico y existencialista, el marxismo y la filosofía analítica. Las corrientes surgidas en el suelo latinoamericano son la filosofía de la liberación latinoamericana y la filosofía inculturada, aunque aquí también podríamos añadir los remanentes de la filosofía de lo americano -pese a que su acta de defunción fue extendida en cierto modo por Leopoldo Zea, su fundador, en 1969 en su opúsculo La filosofía latinoamericana como filosofía sin más[14]. Según David Sobrevilla la tercera gran corriente filosófica en América latina, trasplantada de Europa (y de los Estados Unidos) ha sido la filosofía analítica entendida en sentido amplio[15]. Y señala que Tomás Moro Simpson, quien está ligado a esta corriente, publica su estudio *Formas lógicas, realidad y significado* en 1964.

2.11. PATRICK SUPPES:

Introducción a la lógica

[14] Zea, Leopoldo. *La filosofía latinoamericana como filo*sofía, México: Siglo XXI, 1969.
[15] http://sisbib.unmsm.edu.pe/Bibvirtual/publicaciones/Logos/1994_n1/situacion.htm.

Los diversos planteamientos actuales en teoría de la ciencia pueden agruparse en torno a tres grupos principales, la concepción analítica clásica, la concepción pos analítica y la concepción semántica de la filosofía de la ciencia[16]. La concepción analítica clásica es característica del empirismo lógico, cuya figura representativa es Carnap. En la década de los sesenta la filosofía pos analítica ha permitido encontrar las limitaciones del enfoque clásico. Karl Popper ha contribuido a introducir el problema del cambio y del desarrollo científico. Con sus aportes ha permitido el surgimiento de lo que se denomina filosofía post analítica de la ciencia cuyas figuras representativas han sido Th. S. Kuhn[17] y P.K. Feyerabend[18].

Una figura significativa del enfoque semántico es la de Patrick Suppes[19]. A él se debe la idea de sustituir la axiomatización de una teoría mediante un sistema formal, al que luego se le busca una interpretación adecuada, por la definición semiformalizada de un predicado conjuntista.

3. AXIOMATIZACIÓN DE LA LÓGICA.

Teoría de principios lógicos

Henri Poincaré[20] trato de conectar la lógica y las matemáticas mediante aspectos derivados de Sistemas de Información Tecnológica; mostro cómo sobre grandes épocas, el énfasis ha cambiado de rigor y formalidad a pragmatismo y creatividad. Sugiere que ha habido una explosión creativa de aplicaciones poderosas de la lógica. Las grandes épocas de la Lógica según Poincaré son:

PERÍODO I: *Nacimiento de las Matemáticas y de la Lógica (600 a.c. - 300 a.c.)*
PERÍODO II: *Matemáticas y Ciencia (1500 - 1800)*
PERÍODO III: *Formalización de las Matemáticas (1821 - 1940)*
PERÍODO IV: *Revolución Digital (1940 - 2005)*
PERÍODO V: *Siguiente Revolución Lógica (2005 - ?)*

3.1. Lógica de primer grado

La lógica de primer orden (LPO) o cálculo de predicados de primer orden es cualquier sistema de la lógica matemática que extiende la lógica proposicional empleando variables, predicados y cuantificadores de variables. A su vez es extendida por la lógica de segundo orden. La lógica con predicados de primer orden tiene capacidad para definir prácticamente a todas las matemáticas. La lógica de primer orden es aquella en donde solamente se cuantifican las variables individuales.
Estas últimas corresponden al sujeto de una oración, desde la perspectiva de la gramática usual.

P. ej. en la frase "Los hombres son mortales"

El sujeto "hombres" está cuantificado de manera universal, es decir, "Todos los hombres" y hace la referencia universal de que "Todos los hombres son mortales".

---

[16] http://www.fgbueno.es/bas/pdf/bas10403.pdf
[17] T. S. KUHN, *The Structure of Scientific Revolutions*, Chicago University Press, 2a 1970.
[18] P.K. FEYERABEND, How to be a Good Empiricist, Minessota studies in the Philosophy of Sc, vol III 1962. Version castellana en Cuadernos Teorema, Valencia
[19] SUPPES, Patrick. Introduction to Logic, D. van Nostrand Co. Cincinnati, Toronto, London, Melbourne 1957.
__ Studies in the Methodology and Foundations of Science. Selected papers from 1951 to 1969, Reidel Pub. Co. Dordrecht 1969.
[20] http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/ezuazua/informweb/trabajosdehistoria/Historia2.pdf

También existe lo que se llama cuantificación existencial, y se utiliza el término cuantificador de "algunos" de tal forma que en la oración, "Algunos hombres son valientes" establece que cuando menos un hombre es valiente. Ahora bien, los cuantificadores recaen en una entidad abstracta y sustituible, de allí el nombre de "variable", porque puede cambiarse.

Es aquella en la que se cuantifican las variables individuales, que corresponden al sujeto de una oración, desde la perspectiva de la gramática usual. La lógica de primer orden consta de objetos y propiedades de esos objetos. Entre los objetos, se describen relaciones.

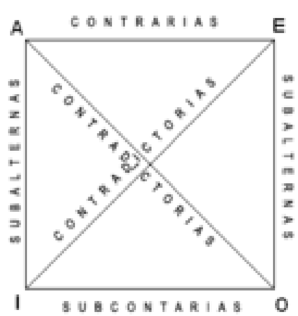
La lógica de primer orden tiene suficiente poder expresivo para la formalización de casi toda la matemática. Una teoría de primer orden consiste de un conjunto de axiomas (usualmente finitos o recursivamente numerables) y las declaraciones deducibles de ellos.

3.2. Principio de Hume:

El principio de Hume, o HP— es un término creado por George Boolos[21]— el mismo establece que el número de Fes es igual al número de Gs si hay una correspondencia uno a uno (una biyección) entre las Fs y las Gs. El HP puede ser enunciado formalmente en sistemas con lógica de segundo orden.

El HP juega un rol central en la filosofía de la matemática de Gottlob Frege. Frege muestra que la HP juntamente con definiciones apropiadas de nociones matemáticas contiene todos los axiomas de lo que se conoce como aritmética de segundo orden. A este resultado se lo llama el teorema de Frege, y constituye la base de una filosofía de la matemática llamada neo-logicismo.

3.3. Cuadro de oposición de los juicios



Se llama **cuadro de oposición de los juicios** al esquema mediante el que se estudian las relaciones formales entre los diversos tipos de juicios aristotélicos, A, E, I, O, considerando cada juicio con términos idénticos. Este cuadro fue con considerado por el mismo Aristóteles.

A= UNIVERSAL AFIRMATIVO. Sujeto tomado en su extensión universal; predicado particular; relación afirmativa. **Todo S es P**.

E = UNIVERSAL NEGATIVO. Sujeto tomado en su extensión universal; predicado universal; relación negativa. **Ningún S es P**.

I = PARTICULAR AFIRMATIVO. Sujeto tomado en su extensión particular; predicado en su extensión particular; relación afirmativa. **Algún S es P**.

O = PARTICULAR NEGATIVO. Sujeto tomado en su extensión particular; predicado en su extensión particular; relación negativa. **Algún S no es P**.

---

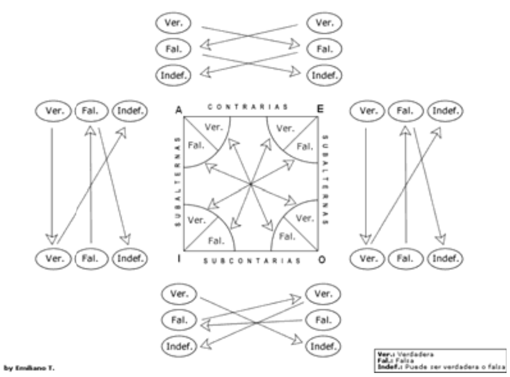
[21] BOOLOS, GEORGE. 1998. *Logic, Logic, and Logic*. Harvard Univ. Press. Especially section II, "Frege Studies."
BURGESS, JOHN. 2005. *Fixing Frege*. Princeton Univ. Press.
FREGE, GOTTLOB. *Foundations of Arithmetic*.
HUME, DAVID. *A Treatise of Human Nature*.

Cuadro de oposición

Se llaman juicios opuestos a los que teniendo los mismos términos difieren en cantidad, en cualidad o en ambas. Se representan en cada uno de los vértices del cuadrado de oposición, estableciéndose las siguientes relaciones:

A y **E** son **contrarios** porque difieren en cualidad siendo universales.
I y **O** son **subcontrarios**, porque siendo particulares difieren en la cualidad.
A con respecto a **O**, e **I** con respecto a **E** son **contradictorios**, porque difieren en cantidad y cualidad.
A con respecto a **I**, y **E** con respecto a **O** son **subalternos** porque difieren en la cantidad.

Las relaciones con respecto al valor de verdad en relación de unos y otros se muestran en el siguiente cuadro:
Los contradictorios, si uno es verdadero el otro es falso y viceversa. Ni ambos verdaderos, ni ambos falsos.
Los contrarios, no pueden ser ambos verdaderos, pero pueden ser los dos falsos.
Los subcontarios pueden ser ambos verdaderos, pero no pueden ser los dos falsos.
Para otras posibles inferencias directas a partir de un juicio es necesario hacer unas operaciones que producen nuevos juicios: la conversión y la obversión, contraposición e inversión.



Cuadro de oposición - Valores de Verdad

V= Verdadera **F**=Falsa **Ind.**= Indeterminada

	A	**E**	**I**	**O**
A es verdadero	V	F	V	F
A es falso	F	Ind.	Ind.	V
E es verdadero	F	V	F	V
E es falso	Ind.	F	V	Ind.
I es verdadero	Ind.	F	V	Ind.
I es Falso	Ind.	V	F	V
O es Verdadero	Ind.	V	Ind.	V
O es Falso	V	V	V	F

3.4. Cuadro de BOECIO

1. CUADRO DE OPOSICIÓN DE BOECIO
2. DEFINICIÓN • Es un procedimiento de ayuda-memoria (mnemotécnico), completado por Boecio en la época feudal. Se aplica para determinar la validez de inferencias que se establecen por relación de oposición. El

cuadro de Boecio muestra las relaciones entre las 4 formas típicas de las proposiciones categóricas (con los mismos términos sujeto y predicado)

3. CUADRO DE OPOSICIÓN DE BOECIO
4. INFERENCIAS INMEDIATAS • Son aquéllas en las cuales de una premisa se sigue una conclusión. Por ejemplo: “Si ningún libro es aburrido, entonces algunos libros no son aburridos”. El asunto está en cómo determinar si esta deducción es válida o no. Para ello vamos a estudiar las relaciones del cuadro de Boecio. Tenemos 5 relaciones básicas.
5. CONTRADICTORIAS • 1. Entre contradictorias. Es decir, entre proposiciones de diferente cantidad y calidad. Son equivalencias, esto es, son proposiciones que se implican mutuamente. • A↔~O. Ejemplo: Todos los universitarios son estudiantes si y sólo si es falso que algún universitario no es estudiante. • E↔~I. Ejemplo: Ningún hombre es madre si y solamente si jamás ocurre que algunos hombre son madres • I↔~E. Ejemplo: Algunos payasos son graciosos siempre y cuando nunca ningún payasos es gracioso. • O↔~A. Ejemplo: Algunos perros no son mansos cuando y sólo cuando es imposible que todos los perros sean mansos.
6. EJEMPLO • ¿Qué se deduce de: “Todos los gorilas son primates”? • De acuerdo a las relaciones entre contradictorias: A ↔ ~O. Por ello, deducimos que “Nunca ciertos gorilas no serán primates”.
7. SUBALTERNAS • 2. Entre subalternas. Establecidas entre proposiciones de igual calidad pero diferente cantidad. Estas son sólo implicaciones. • A → I. Ejemplo: Todos los peruanos son sudamericanos. Por lo tanto, algunos peruanos son sudamericanos. • E → O. Ejemplo: Ningún perro es vegetariano. Luego, algunos perros no son vegetarianos.
8. EJEMPLO • ¿Qué se deduce de “Ningún inglés es sudamericano”? • De acuerdo a las relaciones entre subalternas: E → O. Por ello, deducimos que “Cierto inglés no es sudamericano”
9. CONTRARIAS • 3. Entre contrarias. Establecidas entre las proposiciones universales. En el esquema anterior de las subalternas reemplacemos las letras I y O por sus equivalentes ~E y ~A. Para que estas inferencias sean válidas, debe negarse la conclusión. • A → ~E. Ejemplo: Todos los peruanos son sudamericanos. Por lo tanto, nunca ningún peruano es sudamericano. • E → ~A. Ejemplo: Ningún perro es vegetariano. Luego, jamás ocurre que todos perros son vegetarianos.
10. EJEMPLO • ¿Qué se puede concluir de “Todos los congresistas son políticos”? • De acuerdo a las relaciones entre contrarias A → ~E. De ahí concluimos que: “Jamás ningún político es congresista”.
11. SUBCONTRARIAS • 4. Entre subcontrarias. Establecidas entre proposiciones particulares. En el esquema de las subalternas, reemplacemos las letras A y E por sus equivalentes ~O y ~I. Para que estas inferencias sean válidas, debe negarse la premisa. • ~O → I. Ejemplo: Es falso que algunos peruanos no sean sudamericanos. Por lo tanto, algunos peruanos son sudamericanos. • ~I → O. Ejemplo: No es cierto que algún perro sea vegetariano. Luego, algunos perros no son vegetarianos.
12. EJEMPLO • ¿Qué se puede concluir de “Es imposible que algunos niños sean responsables”? • De acuerdo a las relaciones entre subcontrarias ~I → O. De ahí concluimos que: “La mayoría de niños no son responsables”.
13. SUBALTERNANTES • 5. Entre subalternantes. Establecidas entre proposiciones de igual calidad y diferente cantidad. En el referido esquema reemplacemos todas las letras por sus equivalentes. Para que estas inferencias sean válidas debe negarse tanto la premisa como la conclusión. • ~O → ~E. Ejemplo: Es imposible que algunos peruanos no sean sudamericanos. Por lo tanto, es falso que ningún peruano sea sudamericano. • ~I → ~A. Ejemplo: Jamás algún perro es vegetariano. Luego, nunca ocurre que todos los perros son vegetarianos
14. EJEMPLO • ¿Qué se puede concluir de “No es cierto que algunos pollos sean mamíferos”? • De acuerdo a las relaciones entre subcontrarias ~I → O. De ahí concluimos que: “Jamás los pollos serán mamíferos”.

3.5. Teoría de grupos

En álgebra abstracta, la **teoría de grupos**[22] estudia las estructuras algebraicas conocidas como grupos. Sus objetivos son, entre otros, la clasificación de los grupos, sus propiedades y sus aplicaciones tanto dentro como fuera de las matemáticas.

[22] Las raíces históricas de la teoría de grupos son la teoría de las ecuaciones algebraicas, la teoría de números y la geometría. Euler, Gauss, Lagrange, Abel y Galois fueron los investigadores iniciadores de ésta ciencia. Galois es reconocido como el primer matemático que relacionó ésta teoría con la teoría de cuerpos resultando en la teoría de Galois.

3.5.1. Estructura de grupo.

En álgebra abstracta[23], un **grupo** es un conjunto en el que se define una operación binaria, que satisface ciertos axiomas. La noción de grupo puede referirse a modos de enlazar realidades: series, clases naturales, estructuras funcionales, secuencias causales, secuencias significativas, estructuras paradigmáticas. Se refiere a un conjunto de componentes enlazados por leyes o principios específicos.

3.5.2. Grupos ontológicos:

Según J. Ferrater Mora[24] resultan de categorizaciones, que pueden ser: entidades físicas (organización y procesos mentales, personas o agentes, y objetivaciones (productos culturales)

3.6. El Silogismo

El **silogismo** es una forma de razonamiento deductivo que consta de dos proposiciones como premisas y otra como conclusión, siendo la última una inferencia necesariamente deductiva de las otras dos. Fue formulado por primera vez por Aristóteles, en su obra lógica recopilada como *El Organon*, de sus libros conocidos como Primeros Analíticos (en griego, *Proto Analytika*, en latín –idioma en el que se reconoció la obra en Europa Occidental-, *Analytica Priora*).

Aristóteles consideraba la lógica como lógica de relación de términos. Los términos se unen o separan en los juicios. Los juicios aristotélicos son considerados bajo el punto de vista de unión o separación de dos términos, un sujeto y un predicado. Hoy se hablaría de proposiciones.

La diferencia entre juicio y proposición es importante. La proposición afirma un hecho como un todo, que es o no es, como contenido lógico del conocimiento. El juicio, en cambio, atribuye un predicado a un sujeto lógico del conocimiento. Esto tiene su importancia en el concepto mismo del contenido de uno y otra, especialmente en los casos de negación, como se ve en la problemática de la lógica silogística.

Mantenemos aquí la denominación de juicio por ser lo más acorde con lo tradicional, teniendo en cuenta que este tipo de lógica, como tal, está en claro desuso, sustituida por la lógica simbólica en la que esta lógica es interpretada como lógica de clases. Ver cálculo lógico.

La relación entre los términos de un juicio, al ser comparado con un tercero que hace de "término medio", hace posible la aparición de las posibles conclusiones. Así pues, el silogismo consta de dos juicios, premisa mayor y premisa menor, en los que se comparan tres términos, de cuya comparación se obtiene un nuevo juicio como conclusión.

La lógica trata de establecer las leyes que garantizan que, de la verdad de los juicios comparados (premisas), se pueda obtener con garantía de verdad un nuevo juicio verdadero (conclusión).

---

[23] El **álgebra abstracta** es el campo de la matemática que estudia las estructuras algebraicas como las de grupo, anillo, cuerpo o espacio vectorial. Muchas de estas estructuras fueron definidas formalmente en el siglo XIX, y, de hecho, el estudio del álgebra abstracta fue motivado por la necesidad de más exactitud en las definiciones matemáticas. El estudio del álgebra abstracta ha permitido observar con claridad lo intrínseco de las afirmaciones lógicas en las que se basan todas las matemáticas y las ciencias naturales, y se usa hoy en día prácticamente en todas las ramas de la matemática. Además, a lo largo de la historia, los algebristas descubrieron que estructuras lógicas aparentemente diferentes muy a menudo pueden caracterizarse de la misma forma con un pequeño conjunto de axiomas.
El término *álgebra abstracta* se usa para distinguir este campo del *álgebra elemental* o del álgebra de la *escuela secundaria* que muestra las reglas correctas para manipular fórmulas y expresiones algebraicas que conciernen a los números reales y números complejos. El álgebra abstracta fue conocida durante la primera mitad del siglo XX como *álgebra moderna*.

[24] FERRATER Mora, José. Diccionario de filosofía, Barcelona, Ariel. T. II, pp. 1517

- Conversión lógica
- Obversión lógica
- contraposición lógica

3.7. Referencias

BOOLOS, GEORGE. 1998. *Logic, Logic, and Logic*. Harvard Univ. Press. Especially section II, "Frege Studies."

BURGESS, JOHN. 2005. *Fixing Frege*. Princeton Univ. Press.

COPI, Irving. (1967). *Introducción a La Lógica*. Buenos Aires, Argentina, Editorial Universitaria.

DEAÑO, Alfredo (1974). *Introducción a la lógica formal*. Alianza Editorial, Madrid.

FERRATER MORA, J. (1979). *DICCIONARIO DE FILOSOFÍA*.

FEYERABEND, P.K., How to be a Good Empiricist, Minessota studies in the Philosophy of Sc, vol III 1962. Version castellana en Cuadernos Teorema, Valencia

FREGE, GOTTLOB. *Foundations of Arithmetic*.

HUME, DAVID. *A Treatise of Human Nature*.

KUHN, T. S. *The Structure of Scientific Revolutions*, Chicago University Press, 2a 1970.

MITCHELL, D (1968). Introducción a la lógica. Editorial Labor, Barcelona.

PFÄNDER A. (1940). *LÓGICA*. Espasa-Calpe

QUINE, Willard v. O. (1971) Filosofía de la lógica, Alianza, 1998. Desarrolla una definición de verdad lógica basada en Tarski.

SUPPES, Patrick. Introduction to Logic, D. van Nostrand Co. Cincinnati, Toronto, London, Melbourne 1957.

SUPPES, Patrick. Studies in the Methodology and Foundations of Science. Selected papers from 1951 to 1969, Reidel Pub. Co. Dordrecht 1969.

TARSKI, Alfred, (1936) *Introducción a la lógica y a las ciencias deductivas*, Espasa-Calpe, 1985.

Zea, Leopoldo. *La filosofía latinoamericana como filo*sofía, México: Siglo XXI, 1969.